



# ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Κινητική Ενέργεια  
Θεώρημα μεταβολής Κινητικής Ενέργειας

## ΑΠΟΣΠΑΣΜΑ

*Η τιμή της κινητικής ενέργειας εξαρτάται από τη μάζα του σώματος και από το πόσο γρήγορα κινείται, δηλαδή από την ταχύτητά του.*

Δήμητρα Δουδουσάκη  
Φυσική Α Λυκείου

Είδαμε στα προηγούμενα μαθήματα πως το **έργο είναι ενέργεια που μεταβιβάζεται**. Δεν μπορούμε, δηλαδή, να πούμε ότι ένα σώμα έχει έργο. Αν όμως σε σώμα μεταβιβάσουμε 10 Joule, μπορούμε να λέμε ότι το σώμα έχει ενέργεια 10 Joule περισσότερη. Υπάρχει δηλαδή η έννοια ενέργεια ενός σώματος η οποία έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Μια μορφή τέτοιου είδους ενέργειας είναι η **κινητική ενέργεια**.

## ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ας δούμε ένα παράδειγμα. Σε έναν οριζόντιο δρόμο με ασημαντη τριβή βρίσκεται ένα αρχικά ακίνητο κουτί μάζας  $m$ . Το σπρώχνουμε έτσι ώστε αυτό να μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$  και να αυξάνεται η ταχύτητά του μέχρι την τιμή  $U$ . Στο κουτί μεταβιβάζεται ενέργεια. Τη στιγμή που η ταχύτητά του είναι  $U$  το αντικείμενο έχει ενέργεια ίση με την ενέργεια που μεταβιβάστηκε σε αυτό. Γενικά μπορούμε να πούμε ότι

**κάθε κινούμενο αντικείμενο έχει κινητική ενέργεια.**

Έτσι, κινητική ενέργεια έχει η κινούμενη σφαίρα του όπλου, το αυτοκίνητο που τρέχει στο δρόμο, το ψάρι που κολυμπάει στη θάλασσα, το νερό που κυλάει στην κοίτη ενός ποταμού, ο άνεμος που φυσάει πάνω από τη θάλασσα, ο περιστρεφόμενος κάδος του πλυντηρίου, η μέλισσα που πετάει... ακόμη και η γη που κινείται στο διάστημα.

Στη φυσική της Α Λυκείου, δεν θα ασχοληθούμε καθόλου με τις περιστροφικές κινήσεις.

Η τιμή της κινητικής ενέργειας εξαρτάται από τη **μάζα** του σώματος και από το πόσο γρήγορα κινείται, δηλαδή από την **ταχύτητά** του. Αν το κινούμενο σώμα είναι **υλικό σημείο** ή **σώμα σε μεταφορική κίνηση** ισχύει:

$$\text{ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ} = \frac{1}{2} \text{ΜΑΖΑ} \times (\text{ΤΑΧΥΤΗΤΑ})^2$$

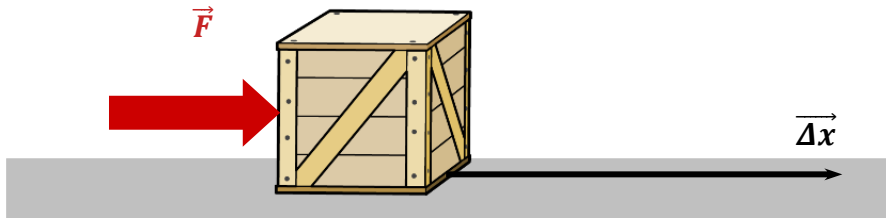
ή

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

Όταν ένα σώμα έχει κινητική ενέργεια, μπορεί να μεταβιβάσει ενέργεια σε ένα άλλο σώμα. Για παράδειγμα νερό που κυλάει μπορεί να μεταβιβάσει ενέργεια στον τροχό ενός νερόμυλου και ο άνεμος που φυσάει μπορεί να μεταβιβάσει ενέργεια στο ιστιοφόρο.

Πώς όμως καταλήξαμε σε αυτήν την μαθηματική σχέση και όχι σε κάποια άλλη;

Μπορούμε να την αποδείξουμε εύκολα στην ειδική περίπτωση που η δύναμη που μεταβιβάζει ενέργεια στο σώμα **είναι σταθερή**. Ας υποθέσουμε, λοιπόν, πως έχουμε ένα σώμα **μάζας  $m$** , αρχικά **ακίνητο**, στο οποίο δρα σταθερή οριζόντια **δύναμη μέτρου  $F$** , που το μετατοπίζει κατά  **$\Delta x$** . Το σώμα θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση μέτρου  **$a = F/m$**  και η ταχύτητά του θα αυξηθεί και θα γίνει  **$U$** .



Η κίνηση είναι **Ευθύγραμμη Ομαλά Μεταβαλλόμενη**, άρα ισχύουν οι σχέσεις:

$$F = m \cdot a \quad (1)$$

$$U = at \quad (2)$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 \quad (3)$$

Το έργο της δύναμης  $F$  θα είναι

$$W_F = F \cdot \Delta x$$

$$\Leftrightarrow W_F = (ma) \cdot \Delta x$$

$$\stackrel{(3)}{\Leftrightarrow} W_F = ma \cdot \frac{1}{2}at^2$$

$$\Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2}m(at)^2$$

Χρησιμοποιώντας τη σχέση (2) για την ταχύτητα, καταλήγουμε στη σχέση της κινητικής ενέργειας

$$W_F = \frac{1}{2}mU^2$$

Αφού το σώμα απέκτησε ταχύτητα  $U$  από τη δράση της δύναμης  $F$ , το έργο της  $F$  είναι ίσο με την ενέργεια που απέκτησε το σώμα λόγω της κίνησής του, την Κινητική Ενέργεια  $K$ . Επομένως

$$K = \frac{1}{2}mU^2$$

Τι συμβαίνει όμως όταν η αρχική ταχύτητα δεν είναι μηδέν; Ας γενικεύσουμε τα συμπεράσματά μας.

## ΕΡΓΟ ΚΑΙ ΚΙΝΗΤΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ

Ας θεωρήσουμε ένα σώμα **μάζας** μέτρου  $m$  και **αρχικής ταχύτητας** μέτρου  $U_0$  στο οποίο ασκείται συνολική σταθερή οριζόντια **δύναμη** μέτρου  $F$  και μετατοπίζεται κατά  $\Delta x$ . Τότε, όπως και πριν, το σώμα θα αποκτήσει σταθερή επιτάχυνση μέτρου  $a$  και η ταχύτητά του θα γίνει  $U$ .

Οι εξισώσεις της ευθύγραμμης ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης είναι:

$$a = F/m \quad (4)$$

$$U = U_0 + at \quad (5)$$

$$\Delta x = U_0 t + \frac{1}{2} at^2 \quad (6)$$

$$W_F = F \cdot \Delta x \quad (7)$$

Από την σχέση (5) έχουμε

$$t = \frac{U - U_0}{a}$$

και αντικαθιστώντας στη σχέση (6)

$$\Delta x = U_0 \frac{U - U_0}{a} + \frac{1}{2} a \frac{(U - U_0)^2}{a^2}$$

$$\Leftrightarrow \Delta x = \frac{2U_0 U - 2U_0^2 + U_0^2 - 2U_0 U + U^2}{2a}$$

$$\Leftrightarrow \Delta x = \frac{U^2 - U_0^2}{2a}$$

$$\stackrel{(4)}{\Leftrightarrow} \Delta x = \frac{1}{2} \cdot \frac{U^2 - U_0^2}{\frac{F}{m}}$$

$$\Leftrightarrow \Delta x = \frac{1}{2} m \frac{U^2 - U_0^2}{F}$$

$$\Leftrightarrow F \cdot \Delta x = \frac{1}{2} m U^2 - \frac{1}{2} m U_0^2$$

$$\stackrel{(7)}{\Leftrightarrow} W_F = \frac{1}{2} m U^2 - \frac{1}{2} m U_0^2$$

όπως είδαμε παραπάνω, η ποσότητα  $\frac{1}{2}mU^2$  είναι η **κινητική ενέργεια** ( $K$ ) ενός σώματος που κινείται με **ταχύτητα**  $U$  και έχει **μάζα**  $m$ . Άρα η παραπάνω σχέση γράφεται:

$$W = K_{\text{τελική}} - K_{\text{αρχική}} \Leftrightarrow W = \Delta K$$

Η σχέση αυτή ισχύει σε όλες τις περιπτώσεις στις οποίες ένα σώμα σταθερής μάζας δέχεται σταθερή ή μεταβλητή δύναμη. Πρόκειται για το **ΘΕΩΡΗΜΑ ΕΡΓΟΥ - ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ** ή **Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας** (Θ.Μ.Κ.Ε.).

Το **Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας** διατυπώνεται ως εξής:

**Η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος ισούται με το συνολικό έργο των δυνάμεων που δρουν στο σώμα.**

**Παρατήρηση:** Το συνολικό έργο των δυνάμεων που δρουν στο σώμα είναι το αλγεβρικό άθροισμα των έργων καθεμίας δύναμης που δρα στο σώμα. Αποδεικνύεται ότι αυτό ισούται με το έργο της συνισταμένης δύναμης  $\Sigma F$ .

$$W_{ολ} = W_{F_1} + W_{F_2} + \dots + W_{F_n} = W_{\Sigma F}$$