

## 2.1. Κυκλική κίνηση. Ομάδα Ασκήσεων Β.

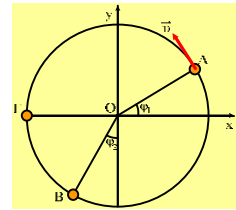
1. Κινητό κινείται σε περιφέρεια κύκλου ακτίνας 40m με ταχύτητα μέτρου 4m/s.

i) Ποια είναι η περίοδος και ποια η συχνότητά του; ii) Πόσο είναι το μήκος του τόξου που διαγράφει σε 20s και πόση είναι η αντίστοιχη επίκεντρη γωνία σε rad και σε μοίρες;

2. Ένα σώμα μάζας 2kg κινείται με ταχύτητα σταθερού μέτρου, οπότε μέσα σε χρόνο 2s, διαγράφει γωνία  $45^\circ$ , σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $R=2m$ . Ζητούνται:

i) Η γωνιακή ταχύτητα. ii) Η γραμμική ταχύτητα περιστροφής. iii) Η συνισταμένη δύναμη που ασκείται στο σώμα. iv) Η μεταβολή της ταχύτητας σε χρονικό διάστημα 8s.

3. Μια μικρή σφαίρα, μάζας 2kg, εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση, σε κύκλο κέντρου O και ακτίνας 0,5m, όπως στο σχήμα. Τη χρονική στιγμή  $t=0$  η σφαίρα περνά από τη θέση A, ενώ φτάνει για πρώτη φορά στη θέση B τη χρονική στιγμή  $t_1=0,35s$ , όπου οι σημειωμένες γωνίες είναι  $\varphi_1=\varphi_2= 30^\circ$ .

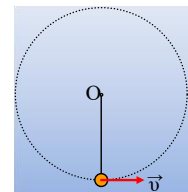


i) Ποια η γωνιακή ταχύτητα και ποια η περίοδος περιστροφής του σώματος;

ii) Ποια χρονική στιγμή η σφαίρα περνά από το σημείο Γ για τέταρτη φορά;

iii) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη σφαίρα, καθώς και το έργο της στο χρονικό διάστημα 0-t<sub>1</sub>.

4. Ένα σώμα μάζας 4kg διαγράφει κατακόρυφο κύκλο δεμένο στο άκρο νήματος μήκους 2m. Τη στιγμή που περνάει από το χαμηλότερο σημείο της τροχιάς του, έχει ταχύτητα μέτρου 5m/s.



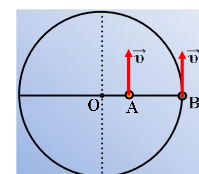
Να σχεδιάσετε τις δυνάμεις που ασκούνται στο σώμα στη θέση αυτή και να υπολογίσετε τα μέτρα τους. Δίνεται  $g=10m/s^2$ .

5. Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $\ell =1,6m$  και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο.

i) Αν στο χαμηλότερο σημείο της τροχιάς η ταχύτητα του σώματος είναι 4m/s, ποια η τάση του νήματος, στην θέση αυτή;

ii) Ποια είναι η ελάχιστη ταχύτητα, την οποία πρέπει να έχει το σώμα στο ψηλότερο σημείο της τροχιάς του, ώστε να μπορεί να διαγράφει με ασφάλεια τον κύκλο;  $g=10m/s^2$ .

6. Δυο σώματα A και B ξεκινούν ταυτόχρονα όπως στο σχήμα, να κινούνται ομαλά σε κυκλικές τροχιές με ακτίνες 1m και 2,5m, με το ίδιο κέντρο O και με ταχύτητες ίσων μέτρων  $u_1=u_2=u=3m/s$ .

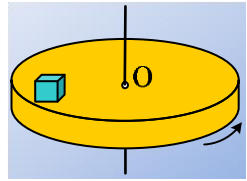


i) Σε πόσο χρόνο για πρώτη φορά, οι επιβατικές τους ακτίνες σχηματίζουν γωνία  $90^\circ$ ;

ii) Σε πόσο χρόνο οι επιβατικές τους ακτίνες θα συμπέσουν για πρώτη φορά;

iii) Σε πόσο χρόνο, επίσης για πρώτη φορά, τα δυο σώματα θα βρεθούν ταυτόχρονα στις αρχικές τους θέσεις;

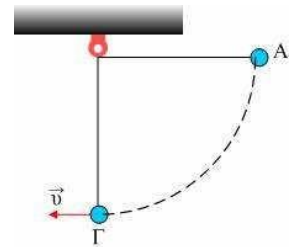
7. Ένας οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από το κέντρο του με συχνότητα  $f=0,2\text{Hz}$ . Ένα σώμα A μάζας  $0,5\text{kg}$  παρουσιάζει με την επιφάνεια του δίσκου συντελεστή οριακής στατικής τριβής  $\mu_s=0,4$ .



- Τοποθετούμε το σώμα A σε απόσταση  $R=1\text{m}$  από το κέντρο του δίσκου. Πόση είναι η τριβή που δέχεται;
- Έχοντας τοποθετήσει πάνω στο δίσκο το σώμα A, αυξάνουμε πολύ αργά την συχνότητα περιστροφής του δίσκου. Ποια η μέγιστη συχνότητα περιστροφής που μπορεί να αποκτήσει ο δίσκος, χωρίς να ολισθήσει το σώμα A;

Δίνονται:  $g=10\text{m/s}^2$  ενώ  $\pi^2 \approx 10$ .

8. Ένα σώμα μάζας  $2\text{kg}$  ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους  $\ell =45\text{cm}$ . Φέρνουμε το σώμα στη θέση A, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί.



A) Ποιες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- Η αρχική επιτάχυνση του σώματος είναι ίση με  $g$ .
- Η τάση του νήματος στο A είναι μηδέν.
- Το έργο της τάσης από το A στο Γ είναι μηδέν.
- Το έργο του βάρους από το A στο Γ είναι ίσο με μηδέν.
- Το έργο της κεντρομόλου δύναμης είναι ίσο με μηδέν.

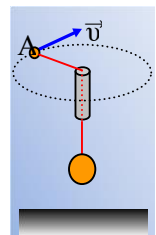
B) Η τάση του νήματος στην θέση Γ είναι:

- |                           |                         |
|---------------------------|-------------------------|
| α) ίση με το βάρος.       | β) μηδέν                |
| γ) Μεγαλύτερη του βάρους. | δ) μικρότερη του βάρους |

Γ) Αυξήθηκε ή μειώθηκε η δυναμική ενέργεια του σώματος κατά την κίνησή του από το A στο Γ και κατά πόσο;

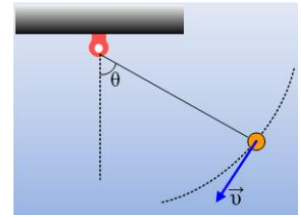
Δ) Να βρείτε την ταχύτητα του σώματος και την τάση του νήματος στο σημείο Γ.  $g=10\text{m/s}^2$ .

9. Στο σχήμα φαίνεται πώς μπορεί να ισορροπεί ένα σύστημα που αποτελείται από μια μικρή σφαίρα A  $m=0,1\text{kg}$  που στρέφεται διαγράφοντας οριζόντιο κύκλο ακτίνας  $R=0,4\text{m}$  και μια μάζα  $M=0,4\text{kg}$  που κρέμεται δεμένη μέσω νήματος από την μικρή σφαίρα A.



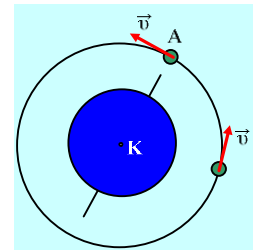
- Αν θεωρήσουμε ότι το νήμα είναι οριζόντιο, να υπολογίσετε την ταχύτητα περιστροφής της σφαίρας A.
- Αν αυξήσουμε την ταχύτητα περιστροφής της μικρής σφαίρας A, για να εξασφαλιστεί σταθερή λειτουργία, η μεγάλη σφαίρα θα κινηθεί προς τα πάνω ή προς τα κάτω; Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

10. Ένα σώμα μάζας 2kg είναι δεμένο στο άκρο νήματος μήκους  $\ell = 1\text{m}$  και διαγράφει κατακόρυφο κύκλο. Όταν το νήμα σχηματίζει γωνία  $\theta = 60^\circ$  με την κατακόρυφο, το σώμα έχει ταχύτητα 2m/s. Για την θέση αυτή:

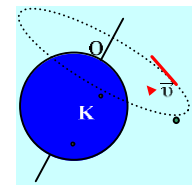


- i) Ποια η κεντρομόλος επιτάχυνση; ii) Ποιο το μέτρο της τάσης του νήματος;
- iii) Ποιος ο ρυθμός μεταβολής του μέτρου της ταχύτητας;  $g = 10\text{m/s}^2$ .

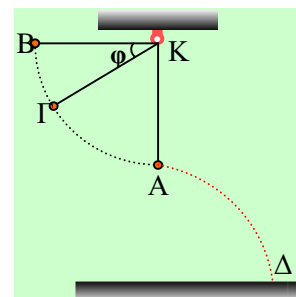
11. Ένας τεχνητός δορυφόρος της Γης, μάζας  $m = 1\text{tn}$ , κινείται διαγράφοντας κυκλική τροχιά, με κέντρο το κέντρο της Γης Κ, στο επίπεδο του μεσημβρινού που περνά από την Αθήνα, σε ύψος  $h = R_{\Gamma}$ , από την επιφάνειά της, όπου  $R_{\Gamma}$  η ακτίνα της Γης ίση με 6400km. Το χρονικό διάστημα για δυο διαδοχικές διαβάσεις του δορυφόρου πάνω από την κατακόρυφο που περνά από τον βόρειο πόλο, (σημείο Α) είναι 4h.



- i) Με ποια ταχύτητα στρέφεται ο δορυφόρος σε m/s και σε km/h; ii) Πόση δύναμη δέχεται ο δορυφόρος από τη Γη (το βάρος του δορυφόρου);
- iii) Να βρεθεί το βάρος του δορυφόρου, αν κάποια στιγμή προσγειωθεί στην επιφάνεια της Γης, όπου  $g = 9,8\text{m/s}^2$ .
- iv) Προτείνεται ο δορυφόρος να τεθεί σε κυκλική τροχιά της ίδιας ακτίνας, με κέντρο τον βόρειο πόλο Ο, με επίπεδο παράλληλο προς τον Ισημερινό. Να εξετάσετε αν αυτό μπορεί να γίνει ή όχι.

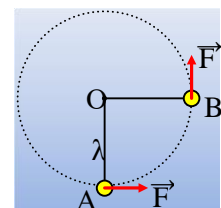


12. Μια μικρή σφαίρα μάζας 0,2kg ηρεμεί στο κάτω άκρο νήματος μήκους  $\ell = 1,25\text{m}$  (θέση Α), το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Κ, το οποίο βρίσκεται σε ύψους  $H = 2,5\text{m}$  από το έδαφος. Φέρνουμε τη σφαίρα στη θέση Β, ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και την αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο κόβεται, οπότε τελικά η σφαίρα φτάνει στο έδαφος στο σημείο Δ.



- i) Να βρεθεί η αρχική επιτάχυνση της σφαίρας και η τάση του νήματος αμέσως μόλις αφεθεί να κινηθεί (θέση Β).
- ii) Σε μια στιγμή το νήμα σχηματίζει γωνία  $\varphi = 30^\circ$  με την οριζόντια διεύθυνση. Πόση είναι η τάση του νήματος στην θέση αυτή;
- iii) Να βρεθεί η απόσταση (ΚΔ) του σημείου πρόσδεσης του νήματος και του σημείου πρόσπτωσης της σφαίρας στο έδαφος. Δίνεται  $g = 10\text{m/s}^2$ , ενώ η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα.

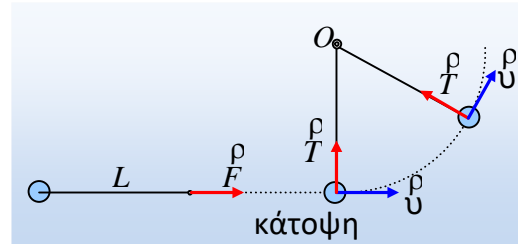
13. Ένα σώμα μάζας 2kg ηρεμεί δεμένο στο άκρο κατακόρυφου νήματος μήκους  $\ell = 1\text{m}$ , το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο. Σε μια στιγμή, ασκούμε στο σώμα μια δύναμη F, εφαπτομενικά όπως στο σχήμα, μέχρι να φτάσει στη θέση Β, όπου το νήμα γίνεται οριζόντιο. Στη θέση Β η δύναμη F παύει να ασκείται, ενώ το έργο της για την παραπάνω μετακίνηση είναι ίσο με 100J.



- i) Να υπολογίσετε το έργο του βάρους για την κίνηση από τη θέση Α στη θέση Β.
- ii) Πόση είναι η κινητική ενέργεια του σώματος στη θέση Β;
- iii) Να υπολογίσετε την τάση του νήματος στις θέσεις Α και Β.
- iv) Ποια η ελάχιστη κινητική ενέργεια που θα αποκτήσει στη συνέχεια κατά την περιστροφή

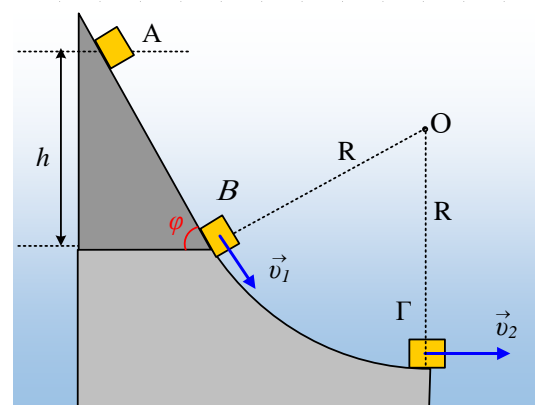
του το σώμα και πόση θα είναι τη στιγμή αυτή η τάση του νήματος; ν) Να υπολογιστεί το μέτρο της δύναμης  $F$ , αν παραμένει σταθερό. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .

**14.** Ένα μικρό σώμα μάζας  $0,2\text{kg}$  ηρεμεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Δένουμε το σώμα με ένα αβαρές οριζόντιο νήμα μήκους  $L$ , στο άλλο άκρο του οποίου ασκούμε μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου  $F=0,4\text{N}$ , τραβώντας το σώμα, τη στιγμή  $t_0=0$ . Τη χρονική στιγμή  $t_1=4\text{s}$ , παύουμε να τραβάμε το νήμα, το ελεύθερο άκρο του οποίου στερεώνουμε σε σταθερό σημείο  $O$ , τη στιγμή  $t_2=5\text{s}$ , σε τέτοια θέση, έτσι ώστε το νήμα να είναι κάθετο στην ταχύτητα του σώματος, όπως στο σχήμα, οπότε το σώμα συνεχίζει να κινείται σε κυκλική τροχιά ακτίνας  $L$ . Αν η τάση του νήματος στη διάρκεια της κυκλικής κίνησης είναι δεκαπλάσια της τάσης κατά την ευθύγραμμη κίνηση, να βρεθούν:



i) Το μέτρο της ταχύτητας κατά τη διάρκεια της κυκλικής κίνησης. ii) Το διάστημα που διανύει το σώμα από τη στιγμή  $t_0$  μέχρι τη χρονική στιγμή  $t_3=8\text{s}$ . iii) Το μήκος του νήματος. iv) Το έργο της τάσης του νήματος στα χρονικά διαστήματα: α) από  $0-4\text{s}$  και β) Από  $5\text{s}-9\text{s}$ .

**15.** Ένα μικρό σώμα, μάζας  $m=0,3\text{kg}$ , αφήνεται να κινηθεί από τη θέση  $A$  ενός λείου κεκλιμένου επιπέδου, κλίσεως  $\varphi$ , όπου  $\eta\mu\varphi=0,8$  και  $\sigma\upsilon\mu\varphi=0,6$ . Το σώμα αφού μετακινηθεί κατακόρυφα κατά  $h=0,8\text{m}$ , μπαίνει στο σημείο  $B$ , χωρίς εκτροπή, σε ένα δεύτερο λείο κατακόρυφο κυκλικό οδηγό, ακτίνας  $R=1\text{m}$ , τον οποίο εγκαταλείπει στη θέση  $\Gamma$ , με οριζόντια ταχύτητα. Δίνεται  $g=10\text{m/s}^2$ .



- i) Να υπολογιστεί η ταχύτητα του σώματος  $u_1$  στη θέση  $B$ , καθώς και η επιτάχυνση  $a_1$  του σώματος, ελάχιστα πριν μπει το σώμα στον κυκλικό οδηγό.
- ii) Πού οφείλεται η παραπάνω επιτάχυνση  $a_1$  και ποιο αποτέλεσμα επιφέρει στην κίνηση του σώματος;
- iii) Η παραπάνω επιτάχυνση  $a_1$  συνεχίζει να υπάρχει μόλις το σώμα περάσει στον κυκλικό οδηγό, στη θέση  $B$ ; Να δικαιολογήσετε την άποψή σας.
- iv) Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται στο σώμα από το κεκλιμένο επίπεδο, ελάχιστα πριν την είσοδο στην κυκλική τροχιά και η αντίστοιχη δύναμη που ασκεί η κυκλική τροχιά στο σώμα, ελάχιστα μετά την είσοδο του σώματος σε αυτήν, στο σημείο  $B$ .
- v) Να βρεθεί ακόμη η δύναμη που ασκείται στο σώμα, από την κυκλική τροχιά, ελάχιστα πριν την εγκαταλείψει στη θέση  $\Gamma$ .